

TINGKATAN 4

ADD MATHS

CIKGU HISHAM

TINGKATAN 4 [ADDMATHS]				
BIL	BAB	TOPIK	DATE	REMARKS
1	BAB 1	FUNGSI		
2	BAB 2	FUNGSI KUADRATIK		
3	BAB 3	SISTEM PERSAMAAN		
4	BAB 4	INDEKS, SURD DAN LOGARITMA		
5	BAB 5	JANJANG		
6	BAB 6	HUKUM LINEAR		
7	BAB 7	GEOMETRI KOORDINAT		
8	BAB 8	VEKTOR		
9	BAB 9	PENYELESAIAN SEGI TIGA		
10	BAB 10	NOMBOR INDEKS		

BAB 5 JANJANG

CHAPTER 5 PROGRESSIONS

5.1 JANJANG ARITMETIK / ARITHMETIC PROGRESSIONS

1. Janjang aritmetik ialah suatu jujukan nombor dengan setiap sebutan diperoleh dengan menambahkan satu pemalar kepada sebutan sebelumnya.

Arithmetic progression is a sequence of numbers such that each term is obtained by adding a constant to the term before it.

2. Pemalar tersebut dikenali sebagai **beza sepunya** dan diwakili dengan **d**.
*The constant is known as **common difference** and is represented by **d**.*

$$d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = \dots = T_n - T_{n-1}$$

3. **Sebutan ke-n** bagi suatu janjang aritmetik boleh ditulis sebagai:
The n^{th} term of an arithmetic progression can be written as:

$$T_n = a + (n - 1)d$$

Dengan / such that a = sebutan pertama / the first term

d = beza sepunya / common difference

n = bilangan sebutan / the number of terms

4. **Hasil tambah n sebutan pertama, S_n** boleh ditulis sebagai:
The sum of the first n terms, S_n can be written as:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] = \frac{n}{2} [a + l]$$

Dengan / such that a = sebutan pertama / the first term

d = beza sepunya / common difference

n = bilangan sebutan / the number of terms

l = sebutan terakhir / a last term

5. Sebutan ke- n boleh diperolehi dengan menggunakan rumus:
The n^{th} term can be obtained by the formula:

$$T_n = S_n - S_{n-1}$$

6. Contoh 1 / Example 1

Tiga sebutan pertama suatu jangjang aritmetik ialah $2p$, q , $p + 3$.

The first three terms of an arithmetic progression are $2p$, q , $p + 3$.

(a) Ungkapkan q dalam sebutan p .

Express q in terms of p .

(b) Cari sebutan ke-10 bagi jangjang itu dalam sebutan p .

Find the 10th term of the progressions in terms of p .

7. Contoh 2 / Example 2

Cari bilangan sebutan yang terdapat dalam
janjang aritmetik 9, 1, -7, ..., -71.

*Find the number of terms of the arithmetic progression
9, 1, -7, ..., -71.*

8. Contoh 3 / Example 3

Diberi bahawa $6k$, 19, $5k^2 + 3k$ ialah tiga sebutan
yang berturutan bagi satu janjang aritmetik, cari
nilai-nilai k yang mungkin.

*Given that $6k$, 19, $5k^2 + 3k$ are three consecutive
terms of an arithmetic progression, find the possible
values of k .*

9. Contoh 4 / Example 4

Bagi janjang aritmetik 52, 47, 42, ..., cari nilai bagi sebutan negatif yang pertama.

For the arithmetic progression 52, 47, 42, ..., find the value of the first negative term.

10. Contoh 5 / Example 5

Cari hasil tambah 15 sebutan yang pertama bagi janjang aritmetik -20, -3, 14, ...

Find the sum of the first 15 terms of the arithmetic progression -20, -3, 14, ...

11. Contoh 6 / Example 6

Bagi jangjang aritmetik 3, 11, 19, ..., cari hasil tambah semua sebutan daripada sebutan ke-5 hingga sebutan ke-15.

For the arithmetic progression 3, 11, 19, ..., find the sum of all the terms from the 5th term to the 15th term.

12. Contoh 7 / Example 7

Sebutan kedua bagi satu jangjang aritmetik ialah 1. Hasil tambah 8 sebutan pertama ialah 88. Cari beza sepunya.

The second term of an arithmetic progression is 1. The sum of the first 8 terms is 88. Find the common difference.

13. Contoh 8 / Example 8

Sebutan pertama dan sebutan terakhir bagi satu jangjang aritmetik masing-masing ialah 25 dan -8 . Jika hasil tambah semua sebutan ialah 204, cari bilangan sebutan.

The first term and the last term of an arithmetic progression are 25 and -8 respectively. If the sum of all the terms is 204, find the number of terms.

14. Contoh 9 / Example 9

Jika hasil tambah n sebutan pertama bagi satu jangjang aritmetik diberi oleh $S_n = 5n(n - 4)$, cari beza sepunya.

If the sum of the first n terms of an arithmetic progression is given by $S_n = 5n(n - 4)$, find the common difference.

15. Contoh 10 / Example 10

Sebuah semibulatan dibahagikan kepada 6 sektor supaya turutan sudut yang dibentuk pada pusat bulatan bagi setiap sektor membentuk satu jangjang aritmetik. Diberi bahawa sudut bagi sektor terbesar ialah 55° , cari

A semicircle is divided into 6 sectors such that the sequence of the angle subtended at the centre of the circle for each sector forms an arithmetic progression. Given that the angle of the largest sector is 55° , find

(a) beza sepunya dan sudut bagi sektor terkecil,
the common difference and the angle of the smallest sector,

(b) hasil tambah sudut bagi 3 sektor pertama,
the sum of the angles of the first 3 sectors,

(c) luas sektor kelima jika luas seluruh semibulatan ialah $8\pi \text{ cm}^2$.
the area of the fifth sector if the area of the whole semicircle is $8\pi \text{ cm}^2$.

5.2 JANJANG GEOMETRI

GEOMETRIC PROGRESSIONS

1. Janjang geometri ialah suatu jujukan nombor dengan setiap sebutan diperolehi dengan mendarabkan suatu pemalar dengan sebutan sebelumnya.

Geometric progressions is a sequence of numbers where each term is obtained by multiplying a constant with the previous term.

2. Nisbah bagi dua sebutan berturutan dikenali sebagai **nisbah sepunya, r** .
*The ratio of two consecutive terms is called the **common ratio, r** .*

$$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_n}{T_{n-1}}$$

3. Nilai setiap **sebutan T_n** dalam janjang geometri boleh diperoleh dengan menggunakan rumus berikut:

*The value of each **term T_n** in the geometric progression can be obtained by using the formula below:*

$$T_n = ar^{n-1}$$

Dengan / Such that

a = sebutan pertama / the first term

r = nisbah sepunya / the common ratio

n = bilangan sebutan / the numbers of terms

4. **Hasil tambah n sebutan pertama** ialah **S_n** .
The sum of the first n terms is S_n .

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1 \quad \text{atau/ or} \quad S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, r < 1$$

5. **Hasil tambah ketakterhinggaan** bagi suatu janjang geometri ialah:
The sum to infinity of geometric progressions is:

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}, -1 < r < 1$$

6. Contoh 11 / Example 11

Cari sebutan ke- n bagi jangjang geometri
Find the n th term of the geometric progression:

$$\frac{1}{3}, 1\frac{1}{3}, 5\frac{1}{3}, \dots$$

7. Contoh 12 / Example 12

Diberi bahawa $5x - 12$, x , $x - 4$ adalah tiga sebutan yang berturutan bagi suatu jangjang geometri, cari nilai x yang lebih daripada 2.

Given that $5x - 12$, x , $x - 4$ are three consecutive terms of a geometric progression, find the value of x which is more than 2.

8. Contoh 13 / Example 13

Cari hasil tambah semua sebutan bagi jangjang geometri $\frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 256$.

Find the sum of all the terms of the geometric progression $\frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 256$.

9. Contoh 14 / Example 14

Diberi bahawa jangjang geometri 4, 12, 36, ..., cari hasil tambah semua sebutan daripada sebutan ketiga hingga sebutan ketujuh.

Given the geometric progression 4, 12, 36, ..., find the sum of all the terms from the third term to the seventh term.

10. Contoh 15 / Example 15

Berapakah bilangan sebutan dalam jangjang geometri 5, 15, 45, ... yang mesti diambil supaya hasil tambahnya adalah 5465?

How many terms of the geometric progression 5, 15, 45, ... must be taken for the sum to be equal to 5465?

11. Contoh 16 / Example 16

Dalam suatu jangjang geometri, hasil tambah sebutan ketiga dan keempat ialah 36 dan hasil tambah sebutan kelima dan keenam ialah 144. Cari nisbah sepunya.

In a geometric progression, the sum of the third term and the fourth term is 36 and the sum of the fifth term and the sixth term is 144. Find the common ratio.

12. Contoh 17 / Example 17

Untuk jangjang geometri 2, 10, 50, ..., hitung bilangan sebutan terkecil yang mesti diambil supaya hasil tambah melebihi 1500.

For the geometric progression 2, 10, 50, ..., calculate the least number of terms that must be taken for the sum to exceed 1500.

13. Contoh 18 / Example 18

Cari hasil tambah hingga ketakterhinggaan bagi jangjang geometri 560, 140, 35, ...

Find the sum to infinity of the geometric progression 560, 140, 35, ...

14. Contoh 19 / Example 19

Jika hasil tambah hingga ketakterhinggaan bagi suatu jangjang geometri ialah 62.5 dan sebutan pertama ialah 25, cari nisbah sepunya.

If the sum to infinity of a geometric progression is 62.5 and the first term is 25, find the common ratio.

15. Contoh 20 / Example 20

Given the geometric progression 5, 2.5, 1.25, ..., determine the first term which is less than 0.0001.

Diberi jangjang geometri 5, 2.5, 1.25, ..., tentukan sebutan pertama yang kurang daripada 0.0001.

16. Contoh 21 / Example 21

Find the smallest value of n such that the sum of the first n terms of 1, 2, 4, ... is more than 2 000 000.

Cari nilai n terkecil dengan keadaan hasil tambah n sebutan pertama bagi 1, 2, 4, ... melebihi 2 000 000.

17. Contoh 22 / Example 22

The sum to infinity of a geometric progression is 12 and its common ratio is $\frac{2}{5}$. Find its first term.

Hasil tambah hingga ketakterhinggaan bagi suatu jangjang geometri ialah 12 dan nisbah sepunya jangjang itu ialah $\frac{2}{5}$. Cari sebutan pertamanya.

18. Contoh 23 / Example 23

A rectangular piece of paper can be folded in half by 12 times. Given the thickness of the paper is 0.0075 cm.

*Sekeping kertas berbentuk segiempat tepat boleh dilipat separuh sebanyak 12 kali .
Diberi ketebalan kertas itu ialah 0.0075 cm.*

- (a) Show that the thickness of the paper fold when the paper folds half into a geometric progression and state the common ratio.
Tunjukkan bahawa ketebalan lipatan kertas itu apabila kertas itu dilipat separuh membentuk suatu jangjang geometri dan seterusnya nyatakan nisbah sepunyaanya.
- (b) Find the thickness of the of the paper when the paper folds half by 10 times.
Cari ketebalan lipatan kertas itu apabila kertas itu dilipat separuh sebanyak 10 kali.
- (c) Determine the minimum number of times the paper is folded in half so that the thickness of fold is more than 15 cm.
Tentukan bilangan kali minimum kertas itu dilipat separuh supaya ketebalan lipatan kertas itu melebihi 15 cm.

[7 marks]
[7 markah]

PP'19

19. Contoh 24 / Example 24

Iskandar membeli sebuah kereta terpakai. Pada akhir tahun pertama kos penyelenggaraan keretanya adalah RM1000. Setiap akhir tahun berikutnya kos penyelenggaraan keretanya akan bertambah 10% daripada tahun sebelumnya.

Iskandar buys a used car. At the end of the first year, the cost of maintaining the car is RM1000. At the end of the next year the maintenance cost increased by 10% from the previous year.

Hitungkan

Calculate

- (a) Kos penyelenggaraan kereta pada akhir tahun ke enam. [2 markah]
The car maintenance costs at the end of the sixth year. [2 marks]
- (b) Pada akhir tahun ke berapakah kos penyelenggaraannya melebihi RM2000. [3 markah]
At the end of which year the cost of maintenance exceeds RM2000 [3 marks]
- (c) Jumlah kos penyelenggaraan kereta daripada akhir tahun ke lima hingga akhir tahun ke sepuluh dalam ringgit terhampir. [3 markah]
The total cost of car maintenance from the end of the fifth year to the end of the tenth year in nearest ringgit. [3 marks]